**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе № 3**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Тема: Метод бисекции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 7777 |  |  |
| Преподаватель |  |  |

Санкт-Петербург

2018

**Цель работы.**

Найти корень уравнения  для функции  методом бисекции с заданной точностью Eps, исследовать зависимость числа итераций от точности Eps при изменении Eps от 0,1 до 0,000001.

**Основные теоретические положения.**

Если найден отрезок , такой, что , существует точка *c*,  
в которой значение функции равно нулю, т.е., . Метод бисекции состоит в построении последовательности вложенных друг в друга отрезков,  
на концах которых функция имеет разные знаки. Каждый последующий отрезок получается делением пополам предыдущего. Процесс построения последовательности отрезков позволяет найти нуль функции  (корень уравнения  с любой заданной точностью.

Рассмотрим один шаг итерационного процесса. Пусть на (n-1)-м шаге найден отрезок , такой, что . Разделим его пополам точкой  и вычислим . Если ,  
то  – корень уравнения. Если , то из двух половин отрезка выбирается та, на концах которой функция имеет противоположные знаки, поскольку искомый корень лежит на этой половине, т.е.

, , если ;

, , если .

Если требуется найти корень с точностью , то деление пополам продолжается до тех пор, пока длина отрезка не станет меньше . Тогда координата середины отрезка есть значение корня с требуемой точностью .

Метод бисекции является простым и надёжным методом поиска простого корня уравнения  (простым называется корень  дифференцируемой функции, если  и ). Этот метод сходится для любых непрерывных функций , в том числе не дифференцируемых. Скорость его сходимости невысока. Для достижения точности ε необходимо совершить  итераций. Это означает, что для получения каждых трёх верных десятичных знаков необходимо совершить около 10 итераций.

**Постановка задачи.**

В работе предлагается, используя программы-функции BISECT и Round найти корень уравнения  методом бисекции с заданной точностью Eps, исследовать зависимость числа итераций *k* от точности Eps, изменяемой в пределах от 0,1 до 0,000001.

Порядок выполнения, следующий:

1. Графически или аналитически отделить корень уравнения (т.е. найти отрезки [Left; Right], на которых функция *f*(*x*) удовлетворяет условиям применимости метода бисекции).

2. Составить подпрограмму вычисления функции .

3. Составить головную программу, вычисляющую корень уравнения с заданной точностью Eps и содержащую обращение к подпрограммам , BISECT и Round и представление результатов.

4. Провести вычисления по программе. Построить графики зависимости числа итераций от Ерs.

5. Исследовать чувствительность метода к ошибкам в исходных данных. Ошибки в исходных данных моделировать с использованием программы Round, округляющей значения функции с заданной точностью Delta.

**Выполнение работы.**

Найдём отрезки [Left; Right], на которых функция  удовлетворяет условиям применимости метода бисекции. И определим абсолютное число обусловленности задачи вычисления корня:

 (1)

тогда .

Результаты вычисление приведены в табл.1.

Таблица 1 – определение промежутка, содержащего корень.

|  |  |
| --- | --- |
| Значение *x* | Значение *f*(*x*) |
| -3 | 3,003186 |
| -2 | 2,14935 |
| -1 | 1,400967 |
| 0 | 0,666667 |
| 1 | -0,28641 |
| 2 | -1,72074 |
| 3 | -2,9965 |

На основе полученных результатов был получен отрезок [0;1].

Была составлена функция для вычисления функции  с использованием функции Round для округления значений с точностью Delta, задаваемой с клавиатуры. Код данной функции приведён в приложении A.

Далее была написана головная программа, вычисляющую корень уравнения с заданной точностью Eps и содержащую обращение к подпрограмме , функциям BISECT, Round и вывод результатов. Код данной функции приведён в приложении A.

Были проведены вычисления в программе, изменяя значения Eps, Delta  
и результаты приведены в приложении Б.

Были построены графики зависимости числа итераций от Ерs. Графики приведены в Приложении В.

Из полученных результатов видно, что, чем более высокая точность выходных данных нам необходима, тем больше нам необходимо сделать итераций. Кроме того, из графиков видно, что с ростом ошибок в исходных данных, уменьшается точность выходных данных. Таким образом, теоретические результаты совпадают с экспериментальными данными.

**Выводы.**

По полученными результатам работы программы, можно сделать вывод, что число итераций метода бисекции растёт с ростом точности входных данных. Обусловленность задачи нахождения корня уравнения для функции  прямо пропорциональна величине  и точности задания исходных данных и обратно пропорциональна точности вычисления корня, т. е., чем ближе  и Delta к 0 и чем больше Eps, тем задача хуже обусловлена, и наоборот.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

КОД ПРОГРАММЫ

#include <stdio.h>

#include "methods.h"

double delta;

double F(double x){

double s;

long int S;

s = (1+cos(x))/(3 - sin(x)) - x;

if( s/delta < 0 )

S = s/delta - 0.5;

else

S = s/delta + 0.5;

s = S\*delta;

s = Round(s,delta);

return s;

}

int main () {

int k ;

long int s;

float a1,b1,eps1,delta1;

double a,b,eps,x;

double F(double);

printf("Введите eps:");

scanf("%f",&eps1);

eps = eps1;

printf("Введите a:");

scanf("%f",&a1);

a = a1;

printf("Введите b:");

scanf("%f",&b1);

b = b1;

printf("Введите delta:");

scanf("%f",&delta1);

delta = delta1;

x = BISECT(a,b,eps,k);

printf("x=%f k=%d\n",x,k);

return 0;

}

Приложение Б

вычисление приближенного значения корня f(x)

Вычисления приблизительного значения корня, необходимое число итераций *k* в зависимости от Eps и Delta приведены в табл. 2.

Таблица 2 – вычисление приближенного значения корня *f(x)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение Eps | Значение Delta | Значение [*a*;*b*] | Значение *x\** | Число итераций *k* |
| 0,1 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,01 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,001 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,0001 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,00001 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,000001 | 0,1 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,1 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,01 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,001 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,0001 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,00001 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,000001 | 0,01 | [0;1] | 0,75 | 1 |
| 0,1 | 0,001 | [0;1] | 0,625 | 3 |
| 0,01 | 0,001 | [0;1] | 0,734375 | 6 |
| 0,001 | 0,001 | [0;1] | 0,748047 | 9 |
| 0,0001 | 0,001 | [0;1] | 0,74707 | 9 |
| 0,00001 | 0,001 | [0;1] | 0,74707 | 9 |
| 0,000001 | 0,001 | [0;1] | 0,74707 | 9 |
| 0,1 | 0,0001 | [0;1] | 0,625 | 3 |
| 0,01 | 0,0001 | [0;1] | 0,734375 | 5 |
| 0,001 | 0,0001 | [0;1] | 0,748047 | 9 |
| 0,0001 | 0,0001 | [0;1] | 0,747070 | 9 |
| 0,00001 | 0,0001 | [0;1] | 0,747070 | 9 |
| 0,000001 | 0,0001 | [0;1] | 0,747070 | 9 |
| 0,1 | 0,00001 | [0;1] | 0,625 | 3 |
| 0,01 | 0,00001 | [0;1] | 0,734375 | 6 |
| 0,001 | 0,00001 | [0;1] | 0,748047 | 9 |
| 0,0001 | 0,00001 | [0;1] | 0,747192 | 13 |
| 0,00001 | 0,00001 | [0;1] | 0,747116 | 16 |
| 0,000001 | 0,00001 | [0;1] | 0,747108 | 16 |
| 0,1 | 0,000001 | [0;1] | 0,625 | 3 |
| 0,01 | 0,000001 | [0;1] | 0,734375 | 6 |
| 0,001 | 0,000001 | [0;1] | 0,748047 | 9 |
| 0,0001 | 0,000001 | [0;1] | 0,747192 | 13 |
| 0,00001 | 0,000001 | [0;1] | 0,747116 | 16 |
| 0,000001 | 0,000001 | [0;1] | 0,74711 | 19 |

Приложение В

ГРАФИКИ

На рисунках 1-4 приведены графики зависимости количества итераций *k* от заданной точности Eps при разных значениях Delta.

Рисунок 1 – График зависимости при Delta = 0,1

Рисунок 2 – График зависимости при Delta = 0,001

Рисунок 3 – График зависимости при Delta = 0,00001

Рисунок 4 – график зависимости при Delta = 0,000001